1 Vettori

Un vettore è una struttura costituita da **n scalari**, tutti nello **stesso campo numerico** $\mathbb{K}$.
Possiamo chiamare un vettore costituito da n scalari una **n-upla** ("ennupla").
Ad esempio, diciamo che un vettore costituito da 3 numeri naturali è in $\mathbb{N}^3$, e lo rappresentiamo scrivendo $\mathbf{v} = (3, 5, 12)$.

2 Spazi vettoriali

Uno spazio vettoriale è una struttura costituita da **un campo numerico**, **un insieme di vettori** non vuoto e le operazioni di **somma** e **prodotto per scalare**.

Si dice che un vettore **appartiene** allo spazio vettoriale se questo è presente all'interno dell'insieme dello spazio vettoriale.
Tutti i vettori appartenenti allo spazio sono tutti definiti nello **stesso campo numerico**: non è possibile che un vettore appartenga ad uno spazio definito nel campo $\mathbb{K}$ e sia esso stesso definito nel campo $\mathbb{L}$.

La somma in uno spazio vettoriale $\mathbf{v} + \mathbf{w}$ è tra due vettori appartenenti a quest'ultimo; il prodotto per scalare $\alpha\mathbf{v}$ invece è tra un vettore appartenente allo spazio vettoriale e uno degli scalari del campo dello spazio vettoriale. Le proprietà della somma e del prodotto sono le stesse che siamo abituati a vedere normalmente.

Per l'addizione:

- Commutativa $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$
- Associativa (e dissociativa) $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$
- Esistenza dell'opposto $\mathbf{a} + (-\mathbf{a}) = \mathbf{0}$
- Esistenza del neutro $\mathbf{a} + \mathbf{0} = \mathbf{a}$

Per la moltiplicazione tra vettore e scalare:

- Associativa $(\alpha\beta)\mathbf{a} = \alpha(\beta\mathbf{a})$
- Esistenza dello scalare nullo $0\mathbf{a} = \mathbf{0}$
- Esistenza dello scalare neutro $1\mathbf{a} = \mathbf{a}$
- Distributività per vettori $\alpha(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \alpha\mathbf{a} + \alpha\mathbf{b}$
- Distributività per scalari $(\alpha + \beta)\mathbf{a} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{a}$

3 Sottospazi vettoriali

Un sottospazio vettoriale è una struttura che rappresenta **un sottoinsieme di spazio vettoriale**.
Perchè uno spazio vettoriale **W** sia effettivamente sottospazio di un altro spazio **V**, deve soddisfare i seguenti requisiti:

- I due spazi sono definiti nello stesso campo
- Tutti i vettori appartenenti a **W** sono presenti anche in **V**
- **W** contiene tutti i possibili vettori risultanti da somma e prodotto (e quindi da combinazioni lineari) dei suoi elementi

4 Sistema di generatori

Un sistema di generatori per uno spazio vettoriale è un insieme di vettori che tramite una loro combinazione lineare possono dare come risultato un qualsiasi elemento di uno spazio. [TODO]

5 Base di spazio vettoriale

Una base di uno spazio vettoriale è [TODO]