

## 1 $\delta < 0$ , denominatore II grado

$$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 9} dx$$

Osserviamo che  $\int \frac{1}{x^2+1} dx = \arctan x + c$ . Provo allora a costruire qualcosa di simile all'arcotangente.

$$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 9} dx = \int \frac{1}{x^2 + 4x + 4 + 5} dx = 5 \int \frac{1}{\frac{(x+2)^2}{5} + 1} = 5 \arctan\left(\frac{x+2}{\sqrt{5}}\right) + c$$

## 2 Integrale generalizzato

Vogliamo ampliare la nostra definizione di integrale, applicandolo a una  $f$  non limitata.

$$\int_a^{b-\epsilon} f(x) dx$$

Ha senso; la funzione è limitata in  $[a, b - \epsilon]$ .

Allora, possiamo fare l'integrale **generalizzato** o improprio, se ESISTE ed è FINITO:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_a^{b-\epsilon} f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

### 2.1 Esercizi

#### 2.1.1 Uso di parametri

Dire per quali valori del *parametro*  $\alpha$ ...

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$$

Per  $\alpha \leq 0$ , si ha che  $\int_0^1 x^{-\alpha} dx$ , e quindi è un integrale standard.

Per  $\alpha > 0$ , si ha che  $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ .

C'è un problema in  $x = 0$ ; la funzione non è limitata! Usiamo allora la definizione di integrale generalizzato.

#### 2.1.2 Calcolo integrali generalizzati con la definizione

Calcola l'integrale...

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_\epsilon^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$$

Trovo l'insieme delle sue primitive:

#### 2.1.3 Uso dei criteri

Studiare l'integrabilità...